Задание 1 А

S – неполно ( так как S замкнуто относительно себя, ведь S с чертой = S, а это значит что все супер позиции функций из S принадлежат S -> Замкнуто (множество всех функций полученных из функций входящих в S равно S -> Замкнуто). Раз замкнуто и S с чертой != F (так как S = S с чертой), то S не является базисом -> не полно (так как полны только те которые принадлежат всем критериям из теоремы Поста))

Но любое неполное и небазисное множество будет принадлежать хотя бы одному критерию поста. Поэтому S c F(i)

Так как S неполно => S с F(i) 😜🐱‍🐉🐱‍🐉

Задание 1 B

S предполно, значит оно не полно, но при Обьединении с любой функцией S становится полной, базисом.

S принадлежит одному критерию поста, так как те функции которые не принадлежат ни к кому являются базисами (Например стрелка пирса), А мы не можем сделать S базисом ведь оно неполно (предполно) из условия.

А чтобы сделать S полным у нас всегда найдутся такие монотонные самодвойственные и т.д. функции, которые при объединении сделают полное множество

Предположим, что S предполно и не совпадает ни с одним из классов поста, значит S содержит хотя бы одну функцию, не сохраняющую константу 0, хотя бы одну функцию, не сохраняющую константу 1, хотя бы одну нелинейную, хотя бы одну несамодвойственную и хотя бы одну немонотонную функции -> S полно из определения => противоречие ! ☹ => S должно совпадать с одним из классов поста

Раз S совпадает с F(i), то мы всегда сможем найти f не F(i), чтобы их объединение было полным

Задание 1 C

Пример S = {or, and, not} S’ = {not, and}

S = {1, 0, and, not, xor} S’ = {1, and, xor} /// S’ = {not, and}

S = {1, and, xor} S’ = {1, and, xor}

Шртих шефера

содержит хотя бы одну функцию, не сохраняющую константу 0, хотя бы одну функцию, не сохраняющую константу 1, хотя бы одну нелинейную, хотя бы одну несамодвойственную и хотя бы одну немонотонную функции

Задание 1 D

S полно, значит содержит хотя бы одну функцию, не сохраняющую константу 0, хотя бы одну функцию, не сохраняющую константу 1, хотя бы одну нелинейную, хотя бы одну несамодвойственную и хотя бы одну немонотонную функции

Задание 2 E

|  |
| --- |
| **Утверждение**: |
| Существует алгоритм, который за полиномиальное время проверяет, что функцию, заданную в форме Хорна, можно удовлетворить. |
| ▹▹ |
| Далее будет приведено доказательство, предлагающее алгоритм решения.   * **Шаг 1. Одиночное вхождение переменных.** Найдем в данной формуле одиночно стоящие переменные. Например, для формулы x∧(x∨¬y∨¬z)x∧(x∨¬y∨¬z) такой переменной является xx.   1. Присутствуют одиночно стоящие переменные.   Присвоим всем таким переменным значение 11, если переменная входит без отрицания и 00 иначе, так как в конъюнкции они должны дать 11. Заметим, что если какая-либо скобка после этого обратилась в 00, то решения не существует.   * 1. Отсутствуют одиночно стоящие переменные.   Всем переменным надо присвоить значение 00 и булева формула разрешится. Это следует из того, что в каждом дизъюнкте есть хотя бы одна переменная с отрицанием, подставив в нее значение 00 мы получим 11 в результате дизъюнкции. В итоге мы получим выражение вида: 1∧1∧…∧11∧1∧…∧1, что в результате даст нам 11. В таком случае дальнейшие шаги выполнять не нужно.   * **Шаг 2.**   Опустим одиночно стоящие переменные и скобки, в которых значение стало равным 11. Перейдём к 11 шагу алгоритма. По определению формы Хорна, в каждой из скобок, где мы опустили переменную, не больше 11 переменной без отрицания. Либо какая-то из переменных внутри скобки будет иметь отрицание, т.е. при подстановке 00 станет равна 11, либо мы рассмотрим переменную без отрицания как отдельно стоящую переменную. Значит 11 шаг алгоритма выполнится верно. Будем проделывать алгоритм, начиная сначала, пока 11 шаг не найдёт ответ.  Обозначим за NN число вхождений переменных в формулу.  Итерация состоит из шагов, каждый из которых выполняется за O(N)O(N). Всего итераций будет не больше NN, так как если первый шаг не завершил алгоритм, то уменьшил размер формулы на одно вхождение. Итого, асимптотика алгоритма составляет O(N2)O(N2). |
| ◃ |

Задание 3 J

